11 Elektromagnetické vlny

Pojem rovinné a kulové vlny, šíření v neomezeném prostředí. Rovinná vlna na rozhraní, Fresnelovy vzorce. Elektromagnetická teorie světla. Interference a ohybové jevy. Koherence světla, Youngův pokus. Optické interferometry. Fresnelův a Fraunhoferův ohyb, optická mřížka, Braggova rovnice. Elektromagnetické vlny v látkách. Šíření v anizotropním prostředí, dvojlom. Interference polarizovaného světla, elektro- a magnetooptické jevy. Optická aktivita.

11.1 Elektromagnetická teorie světla

MR pro prostředí bez volných proudů a nábojů mají tvar

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{\mathcal{E}} + \frac{\partial \vec{\mathcal{B}}}{\partial t} &= 0 \\ \nabla \times \vec{\mathcal{H}} - \frac{\partial \vec{\mathcal{D}}}{\partial t} &= 0 \\ \nabla \cdot \vec{\mathcal{D}} &= 0 \\ \nabla \cdot \vec{\mathcal{B}} &= 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Jejich řešením jsou funkce $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t), \vec{\mathcal{H}}(\vec{r},t), \vec{\mathcal{D}}(\vec{r},t), \vec{\mathcal{B}}(\vec{r},t)$, které určují, jak se šíří elektromagnetické vlnění. Pro harmonické vlny je vhodné je zapisovat jako komplexní funkce.

Každé vlnění, které vyhovuje MR ve výše uvedeném tvaru, splňuje i **vlnovou rovnici**

$$\triangle \vec{\mathcal{E}} - \frac{1}{c_0^2} \ddot{\vec{\mathcal{E}}} = 0 \tag{2}$$

(podobně pro vektor $\vec{\mathcal{H}}$). Vlna se šíří v prostředí fázovou rychlostí

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}. \tag{3}$$

Pokud počítáme MR izotropní bezztrátové dielektrikum, charakterizované permitivitou $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ a permeabilitou $\mu = \mu_r \mu_0$, dostaneme vlnovou rovnici s konstantou $\varepsilon\mu$, vlna se tedy v takovém prostředí šíří fázovou rychlostí

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r \varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}}. \tag{4}$$

Pro nemagnetické ($\mu_r = 1$) prostředí můžeme zavést **index lomu**

$$c \equiv \frac{c_0}{n} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}. \tag{5}$$

Podle toho, co v MR bereme v úvahu, můžeme optiku rozdělit:

- *lineární optika*: $\vec{\mathcal{P}}(\vec{\mathcal{E}}) = \varepsilon_0 \chi \vec{\mathcal{E}}$
  - *geometrická optika*: $\vec{\mathcal{P}} = 0$, $\sigma = 0$ a zároveň $\lambda \to 0$
  - *vlnová optika*: $\vec{\mathcal{P}} = 0$, $\sigma = 0$ a zároveň $\lambda \approx l$ nebo $\lambda > l$, sem patří teorie difrakce: **Fraunhoferova** ve větší vzdálenosti od překážek, **Fresnelova** v blízkosti překážek
  - *elektromagnetická optika*: $\sigma = 0$ (započtení vlivu prostředí - index lomu)
    - teorie absorpce: $\sigma \neq 0$ (komplexní index lomu)
  - *optika anizotropních prostředí*: $\vec{\mathcal{P}}(\vec{\mathcal{E}}) = \varepsilon_0 \chi \vec{\mathcal{E}}$
- *nelineární optika*: $\vec{\mathcal{P}}(\vec{\mathcal{E}}) = \varepsilon_0 \chi_1 \vec{\mathcal{E}} + \varepsilon_0 \chi_2 \vec{\mathcal{E}}^2 + \varepsilon_0 \chi_3 \vec{\mathcal{E}}^3 + \ldots$, neplatí princip superpozice

Nejúplnější teorie, která vysvětluje všechny optické jevy, je kvantová optika. Její zúžení, elektromagnetická teorie světla, poskytuje nejlepší popis v rámci klasické optiky. Ta popisuje elektromagnetické vlny jako vektorové. Mnohé optické jevy je ovšem možno popsat skalární vlnovou teorií, jejímž limitním případem, pro krátké vlnové délky, je geometrická (někdy se nazývá paprsková) optika.

Z MR lze dokázat, že pro elektromagnetické pole má tyto vlastnosti:

- je příčné
- vektory intenzity elektrického a magnetického pole jsou navzájem kolmé
- vektory intenzity elektrického a magnetického pole kmitají ve fázi
- v střídavém poli existuje nenulový tok energie určený **Poyntingovým vektorem** $\vec{\mathcal{S}} = \vec{\mathcal{E}} \times \vec{\mathcal{H}}$

Střední energie, která projde jednotkovou plochou kolmou na směr šíření za jednu sekundu, je **intenzita**

$$I = \overline{\vec{\mathcal{S}}}. \tag{6}$$

Důležitým speciálním případem elektromagnetických vln jsou **monochromatické vlny**, pro které jsou všechny tři složky elektrického a magnetického pole harmonickými funkcemi času se stejnou frekvencí:

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) &= \vec{\mathcal{E}}_0(\vec{r})\,\mathrm{e}^{\imath\omega t} \\ \vec{\mathcal{H}}(\vec{r},t) &= \vec{\mathcal{H}}_0(\vec{r})\,\mathrm{e}^{\imath\omega t}. \end{aligned} \tag{7}$$

Takové vlny lze charakterizovat (až na amplitudu) jedinou hodnotou úhlové frekvence ω:

$$\omega = kc = \frac{2\pi c}{\lambda} = 2\pi f. \tag{8}$$

Dosadíme-li výrazy pro monochromatické světlo do vlnové rovnici, zjistíme, že monochromatické vektory $\vec{\mathcal{E}}_0 2$ a $\vec{\mathcal{H}}_0$ splňují **Helmholtzovu rovnici**

$$\triangle\vec{\mathcal{E}}_0 + k^2\vec{\mathcal{E}}_0 = 0. \tag{9}$$

Podle vlnové délky rozeznáváme různé druhy záření:

- *střídavé proudy* ($f = (16 - 10^4)$ Hz, $\lambda = (18 \cdot 10^3 - 30)$ km)
- *radiové vlny*($f = (10^4 - 10^{13})$ Hz, $\lambda = 30$ km $- 0,03$ mm)
  - *mikrovlny* ($f = (3 \cdot 10^8 - 10^{13})$ Hz, $\lambda = 1$ m $- 0,03$ mm)
- *optické záření*
  - *infračervené záření* ($f = (10^{12} - 3,8 \cdot 10^{14})$ Hz, $\lambda = 0,3$ mm $-$ 790 nm)
  - *viditelné záření* ($f = (3,8 \cdot 10^{14} - 7,7 \cdot 10^{12})$ Hz, $\lambda = 790$ nm $-$ 390 nm)
  - *ultrafialové záření* ($f = (7,7 \cdot 10^{12} - 3 \cdot 10^{16})$ Hz, $\lambda = 390$ nm $-$ 10 nm)
- *rentgenové záření*($f = (3 \cdot 10^{16} - 3 \cdot 10^{20})$ Hz, $\lambda = 10$ nm $-$ 1 pm)
  - *gama záření* ($f > 10^{18}$ Hz, $\lambda < 300$ pm).

Další veličinou, která popisuje stav vlnění, je **polarizace**, která nám říká, jak se mění směr vektoru $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t)$ v závislosti na čase. Pro monochromatické světlo se tři složky vektoru $\vec{\mathcal{E}}$ mění sinusově s časem s různými amplitudami a fázemi; koncový bod vektoru tedy opisuje elipsu (její orientace a tvar obecně závisí na poloze). Orientace a tvar elipsy určují stav polarizace, zatímco velikost je určená intenzitou.

11.2 Rovinná vlna

Nejjednodušší případ řešení vlnové rovnice pro případ neomezeného homogenního a izotropního prostředí je rovinná vlna. Obecná funkci prostoru a času popisující rovinnou vlnu se dá napsat jako

$$\mathrm{f}(\vec{r},t) = \mathrm{f}(t \mp \frac{\vec{s}\cdot\vec{r}}{c}), \tag{10}$$

Fáze této vlny je konstantní v bodech roviny $\vec{s}\cdot\vec{r} =$ konst., tyto roviny kolmé na směr šíření nazýváme vlnoplochami.

Pro monochromatickou rovinnou vlnu

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}_0\,\mathrm{e}^{-\imath(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} \tag{11}$$

můžeme zpětně dosadit do MR a, protože tyto rovnice svazují vektory $\vec{\mathcal{E}}$ a $\vec{\mathcal{H}}$, dostaneme pro $\vec{\mathcal{H}}$

$$\vec{\mathcal{H}} = \vec{\mathcal{H}}_0\,\mathrm{e}^{-\imath(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r})}, \qquad \text{kde} \quad \vec{\mathcal{H}}_0 = \frac{\vec{k}\times\vec{\mathcal{E}}_0}{\mu_0\omega}. \tag{12}$$

Obdobně $\vec{\mathcal{E}}_0 \sim (\vec{k}\times\vec{\mathcal{H}}_0)$; vektory $\{\vec{\mathcal{E}},\vec{\mathcal{H}},\vec{s}\}$ tedy tvoří pravotočivý ortogonální systém. Vektory elektrické a magnetické intenzity (a tedy i indukce) kmitají v navzájem kolmých rovinách a kolmo na směr vlnového vektoru (směr šíření $\vec{s}$).

Poyntingův vektor $\vec{\mathcal{S}} = \vec{\mathcal{E}}\times\vec{\mathcal{H}}$ je kolmý na kmity $\vec{\mathcal{E}}$ a $\vec{\mathcal{H}}$, má tedy směr vektoru $\vec{k}$ (resp. $\vec{s}$). V tomto směru se šíří energie velikosti

$$I = \frac{1}{2}\,|\vec{\mathcal{E}}_0||\vec{\mathcal{H}}_0| = \frac{1}{2}\,c\mu_0|\vec{\mathcal{H}}_0|^2 = \frac{1}{2c\mu_0}\,|\vec{\mathcal{E}}_0|^2. \tag{13}$$

Vzhledem k tomu, že vektor $\vec{\mathcal{E}}$ kmitá v rovině kolmé na směr šíření, je rovinná vlna obecně **elipticky polarizovaná** (konec vektoru $\vec{\mathcal{E}}$ opisuje šroubovici). Je-li fázový rozdíl složek 0 nebo π, elipsa degeneruje na přímku a jedná se o **lineárně polarizované** světlo. Pro fázový rozdíl $\pm\frac{\pi}{2}$ se naopak elipsa změní na kružnici, jedná se o světlo **kruhově polarizované**.

11.3 Kulová vlna

Jiné řešení vlnové rovnice dostaneme, když požadujeme sférickou symetrii, tj. $\mathrm{f}(\vec{r},t) = \mathrm{f}(|\vec{r}|,t)$. Toto řešení má tvar

$$\mathrm{f}(\vec{r},t) = \frac{\mathrm{f}_1(t \mp \frac{r}{c})}{r}. \tag{14}$$

Pro znaménko minus se jedná o divergentní vlnu, tedy vlnu šířící se z bodového zdroje, znaménko plus odpovídá konvergentní vlně.

Fáze je konstantní pro $r =$ konst., vlnoplochy jsou tedy kulové plochy. Amplituda vlny klesá s první mocninou vzdálenosti, intenzita s druhou.

11.4 Rovinná vlna na rozhraní, Fresnelovy vzorce

Pokud rovinná vlna dopadne na rovinné rozhraní dvou prostředí o indexech lomu n_1 a n_2, dělí se na vlnu odraženou (r) a prošlou (t). Z podmínky na rovnost fází na rozhraní (zvolme xz za rovinu dopadu)

$$\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} = \omega_r t - \vec{k_r}\cdot\vec{r} = \omega_t t - \vec{k_t}\cdot\vec{r} \tag{15}$$

zjistíme, že frekvence odražené a lomené vlny se nemění (rovnice platí pro $\vec{r} = 0$) a že odražená i lomená vlna zůstávají v rovině dopadu (rovnice platí pro $t = 0$).

Pro odraženou vlnu platí

$$k_x = k\sin\theta = \frac{\omega}{c_0}n_1\sin\theta = k_{rx} = \frac{\omega}{c_0}n_1\sin\theta_r \quad \Rightarrow \quad \theta = \theta_r. \tag{16}$$

Obdobně pro lomenou vlnu (tzv. **Snelliův zákon lomu**)

$$k_x = \frac{\omega}{c_0} n_1 \sin\theta = k_{tx} = \frac{\omega}{c_0} n_2 \sin\theta_t \quad \Rightarrow \quad n_1 \sin\theta = n_2 \sin\theta_t. \tag{17}$$

Napíšeme-li si rovnice pro spojitost tečných složek pro amplitudy (argumenty exponenciál jsou stejné) pro případ transverzálně elektrické vlny (elektrické vektory kolmé k rovině dopadu) a transverzálně magnetické vlny (elektrické vektory v rovině dopadu) v takové soustavě souřadné, ve které mají při $\theta \to 0$ vektory $\vec{\mathcal{E}}$ stejný směr, a použijeme-li zákon odrazu a lomu, dostaneme poměry amplitud dopadající a odražené resp. prošlé vlny pro kolmou a rovnoběžnou polarizaci (**Fresnelovy vzorce**)

$$\begin{aligned} r_\perp &= \frac{\mathcal{E}_r^\perp}{\mathcal{E}^\perp} = -\frac{\sin(\theta-\theta_t)}{\sin(\theta+\theta_t)} & t_\perp &= \frac{\mathcal{E}_t^\perp}{\mathcal{E}^\perp} = \frac{2\cos\theta\sin\theta_t}{\sin(\theta+\theta_t)} \\ r_\parallel &= \frac{\mathcal{E}_r^\parallel}{\mathcal{E}^\parallel} = -\frac{\tan(\theta-\theta_t)}{\tan(\theta+\theta_t)} & t_\parallel &= \frac{\mathcal{E}_t^\parallel}{\mathcal{E}^\parallel} = \frac{2\cos\theta\sin\theta_t}{\sin(\theta+\theta_t)\cos(\theta-\theta_t)}. \end{aligned} \tag{18}$$

Protože měříme výkony, zavádí se veličiny **odrazivost** a **prospustnost**jako

$$R = r^2 \qquad \text{resp.} \quad T = t^2. \tag{19}$$

Můžeme se přesvědčit, že platí zákon zachování energie $R + T = 1$.

Při kolmém dopadu se Fresnelovy vzorce zjednoduší

$$r_{\perp/\parallel} = \frac{n_1-n_2}{n_1+n_2} \qquad t_{\perp/\parallel} = \frac{2n_1}{n_1+n_2}. \tag{20}$$

U koeficientu $r_\parallel$ se může čitatel rovnat nule. Pokud vlna dopadá pod **Brewsterovým úhlem**, při odrazu rovnoběžná polarizace vymizí

$$\theta_B = \arctan\frac{n_2}{n_1}. \tag{21}$$

Při odrazu od opticky hustšího prostředí se fáze vlny polarizované kolmo na rovinu dopadu mění o π.

Při dopadu světla na opticky řidší prostředí existuje mezní úhel θ_m, při němž paprsek probíhá rovnoběžně s rozhraním. Pro větší úhly se světlo s plnou intenzitou odráží do původního prostředí $R_\perp = R_\parallel = 1$. I když do druhého prostředí neproudí žádná energie, je v blízkosti rozhraní zjistitelné světlo i v druhém prostředí. Pokud si siny a kosiny úhlů pro prošlou vlnu formálně napíšeme jako ryze komplexní čísla, dostaneme exponenciálně tlumenou vlnu, šířící se podél rozhraní. Energie se pak vrací do původního prostředí.

11.5 Interference

Skládáme-li dvě vlny $\vec{\mathcal{E}}_{1,2} \sim \mathrm{e}^{i(\vec{k}_{1,2}\cdot\vec{r}-\omega t+\phi_{1,2})}$, má výsledná intenzita tvar

$$I = |\vec{\mathcal{E}}_1 + \vec{\mathcal{E}}_2|^2 = |\vec{\mathcal{E}}_{10}|^2 + |\vec{\mathcal{E}}_{20}|^2 + 2\vec{\mathcal{E}}_{10}\cdot\vec{\mathcal{E}}_{20}\cos\delta, \qquad \text{kde} \quad \delta = \vec{k}_1\cdot\vec{r} + \phi_1 - (\vec{k}_2\cdot\vec{r} + \phi_2). \tag{22}$$

Poslední člen nazýváme **interferenční**. Vzhledem k tomu, že přístroj zaznamenává vždy hodnotu časově středovanou, bude při náhodném rozdělení fází střední hodnota přes periodické funkce nulová a bude platit $I = I_1 + I_2$ (tzv. **nekoherentní** vlny). Naopak je-li rozdíl $\phi_1 - \phi_2$ stálý (**koherentní** vlny), bude se výsledná intenzita měnit (v závislosti na δ) mezi hodnotami $I = I_1 + I_2 \pm 2\sqrt{I_1 I_2}$ - dochází k interferenci.

V případě interference dvou svazků tedy výsledná pozorovaná intenzita závisí hlavně na dráhovém rozdílu Δ: pro $\vec{k}_1 = \vec{k}_2$ a $\phi_1 - \phi_2 =$ konst. je $\delta = \vec{k}\cdot(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$ (a na případném rozdílu fází).

Uvažujme například interferenci na tenké planparalelní vrstvě. Dráhový rozdíl paprsku odraženého od horního a spodního okraje vrstvy lze vyjádřit jako

$$\Delta = 2n_2\cos\theta_t + \frac{\lambda}{2}. \tag{23}$$

Rozdíl $\frac{\lambda}{2}$ je způsoben změnou fáze při odrazu od opticky hustšího prostředí (na horním okraji vrstvy). Kosinus tedy bude nabývat maxima resp. minima

$$2tn_2 \cos\theta_{t\,max} + \frac{\lambda}{2} = N\lambda \qquad \text{resp.} \quad 2tn_2 \cos\theta_{t\,min} + \frac{\lambda}{2} = (2N+1)\lambda \tag{24}$$

(t je tloušťka vrstvy). Vznikají tedy interferenční proužky (obraz v prošlém světle je doplňkový). Tyto proužky se nazývají **proužky stejného sklonu**.

Při interferenci na vrstvě proměnné tloušťky, jejichž ohraničující plochy navzájem svírají malý úhel, vzniknou **proužky stejné tloušťky**. Jejich speciálním případem jsou **Newtonovy kroužky**.

Mnohosvazkovou interferenci lze realizovat například mnohonásobným odrazem na planparalelní vrstvě - skládáním odražených resp. prošlých svazků. Uvažujeme-li dráhový rozdíl jako pro tenkou planparalelní desku, napíšeme si jednotlivé vlny pomocí koeficientů odrazivosti a propustnosti a sečteme přes všechny prošlé vlny, dostaneme výslednou intenzitu ve tvaru **Airyho funkce**

$$I = \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2}\sin^2\frac{\delta}{2}}. \tag{25}$$

Tato funkce nabývá maxima hodnoty I_0 pro $\delta = 2N\pi$. Okolo těchto maxim má ostré píky, které se se zmenšujícím se R rozšiřují.

11.6 Optické interferometry

Vznik interferenčních maxim a minim využívají různé přístroje, např. spektrografy (měření λ) a refraktometry (n).

Nejznámější refraktometr je **Jaminův**. Skládá se ze dvou tlustých průhledných planparalelních destiček s pokovenými plochami, svírajících navzájem malý úhel θ. Svazek ze zdroje dopadá na první destičku, částečně se láme a odráží. Vytváří se dva svazky. Lomený se odrazí od spodní strany destičky a oba dopadají na druhou destičku. Tam znovu vznikají prošlé a odražené svazky, lomené se odráží od spodní strany destičky a všechny čtyři jsou čočkou fokusovány na stínítko. Svazky mezi destičkami procházejí kyvetami nebo skleněnými destičkami, jejichž index lomu chceme měřit. Počítáním proužků při změně např. tlaku nebo teploty v jedné kyvetě můžeme měřit závislost indexu lomu.

Dalším známým refraktometrem je **Rayleighův**. Svazek ze zdroje dopadá na čočku a stává se rovnoběžný. Rovnoběžnému svazku postavíme do cesty dvě štěrbiny, vzniklé dva svazky pak čočkou fokusujeme ne stínítko (obdoba Youngova pokusu). Jeden ze svazků může zase procházet např. kyvetou s plynem a je možné měřit relativní změny indexu lomu.

Snad nejznámější interferometr je **Michelsonův**. Svazek ze zdroje se polopropustným zrcátkem štěpí na dva navzájem kolmé, ty se odrážejí od zrcadel a společně projdou čočkou. Svazek odražený od polopropustného zrcátka prochází navíc kompenzační deskou, aby se vykompenzoval rozdíl optických drah svazků. Jedno zrcadlo je obyčejně posuvné. Pokud jsou zrcadla přesně kolmá, tvoří se proužky stejného sklonu; tvoří-li zrcadla klín, pozorujeme proužku stejné tloušťky. Při měření vložíme vzorek do jednoho ze svazků a ze změny počtu proužků můžeme usuzovat na tloušťku nebo index lomu vzorku.

Mezi mnohosvazkové interferometry patří **Fabryho-Perotův**. Tvoří ho dvě skleněné nebo křemenné přesně vybroušené destičky s vysokou odrazivostí, mezi kterými je planparalelní vzduchová vrstva. Dopadající svazek se mnohonásobně odráží ve vzduchové vrstvě, přičemž prošlé svazky fokusujeme čočkou na stínítko. Pokud na Fabryho-Perotův interferometr dopadá světlo dvou blízkých vlnových délek, vznikají na stínítku koncentrické posunuté kroužky. Neznámou vlnovou délku určíme z úhlové vzdálenosti kroužků.

Lumerův-Gehrckův interferometr je skleněná nebo křemenná planparalelní destička. Jeden konec destičky je doplněn malým hranolem, takže svazek vstupuje do destičky pod úhlem málo odlišným od 0°. Na vnitřní stranu destičky svazek dopadá pod úhlem blízkým k

meznímu a dochází k mnohonásobnému odrazu. Prošlé svazky se fokusují na stínítko. Tento interferometr se používá k měření vlnových délek.

11.7 Koherence světla, Youngův pokus

To, jak jsou zdroje navzájem korelovány, popisuje **koherence**. Skládáme-li dvě vlny

$$\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}_1(t) + \vec{\mathcal{E}}_2(t-\tau), \tag{26}$$

bude mít výsledná intenzita tvar

$$I = I_1 + I_2 + 2\Re\langle\vec{\mathcal{E}}_1(t)\cdot\vec{\mathcal{E}}_2(t-\tau)\rangle. \tag{27}$$

Prostorovou koherenci lze popsat **vzájemnou korelační funkcí**

$$G(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\tau) = \frac{1}{T}\int_{\frac{-T}{2}}^{\frac{T}{2}} \mathcal{E}(\vec{r}_1,t)\mathcal{E}^*(\vec{r}_2,t-\tau)\,\mathrm{d}t \tag{28}$$

a **komplexní stupeň koherence**

$$g(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\tau) = \frac{G(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\tau)}{\sqrt{I(\vec{r}_1)I(\vec{r}_2)}}. \tag{29}$$

Veličina g je mírou korelace mezi fluktuacemi v bodě $\vec{r}_1$ a $\vec{r}_2$ v časových okamžicích zpožděných vůči sobě o τ.

$$0 \le |g(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\tau)| \le 1 \tag{30}$$

Pro chaotické fluktuace je $|g| = 0$.

Reálné zdroje mají konečné rozměry a vlnoplochy vysílané jednotlivými atomy nejsou zcela totožné. Proto nejsou reálné zdroje zcela prostorově koherentní.

Analogicky se k popisu **prostorové koherence** zavádí **časová koherenční funkce**

$$G(\tau) = \frac{1}{T}\int_{\frac{-T}{2}}^{\frac{T}{2}} \mathcal{E}(t)\mathcal{E}^*(t-\tau)\,\mathrm{d}t, \tag{31}$$

popř. normovaný **stupeň koherence**

$$g(\tau) = \frac{G(\tau)}{G(0)}. \tag{32}$$

Hodnota $|g(\tau)|$ nám říká, jak moc jsou veličiny $\vec{\mathcal{E}}(t)$ a $\vec{\mathcal{E}}(t-\tau)$ korelovány, jak moc závisí jejich hodnota v čase t na hodnotě v čase $t-\tau$. Korelace nastává pro $|g(\tau) = 1|$. Obyčejně je stupeň koherence klesající. Pro monotónně klesající funkci můžeme zavést **koherenční dobu**, za kterou stupeň koherence klesne na $\frac{1}{e}$. Pro monochromatické světlo je koherence nekonečná, proto $|g| \equiv 1$.

Světlo je emitováno zářiči, jejichž průměrná emisní doba je asi $\tau_0 = 10^{-9}$ s. Nemůžeme tedy získat ideální harmonický průběh. Můžeme ho pouze vyjádřit spojitým spektrem harmonických kmitů s frekvencemi okolo f_0 s určitou pološířkou. Interferenci můžeme pozorovat jedině tehdy, pokud se vlny rozštěpené z jediného zdroje neopozdí více než τ_0 (rozdíl optických drah nesmí být větší než délka $l = c\tau_0$ skupiny vln vyslané jedním emisním aktem). U laseru je koherenční délka $l = 3\cdot 10^2 - 3\cdot 10^4$ m.

Intenzitu vlny vzniklé složením dvou vln pak můžeme vyjádřit pomocí **vzájemné koherence**

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\Re g_{12}, \qquad \text{kde} \quad g_{12} = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{\mathcal{E}_1(t)\mathcal{E}_2^*(t-\tau)}{\sqrt{I_1 I_2}}\,\mathrm{d}t. \tag{33}$$

Známým interferenčním pokusem je **Youngův pokus**. Světlo z jednoho zdroje prochází dvěma štěrbinami (o rozměru d), vznikají dva svazky, které spolu interfererují a jsou zachyceny na stínítko (ve vzdálenosti s). Z dvousvazkové interference koherentního světla vyplývá, že závislost intenzity na vzdálenosti od středu y má tvar

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\pi d y}{\lambda s}. \tag{34}$$

Svazek může ovšem do každé ze dvou štěrbin dorazit s jinou fází; aby byly proužky viditelné, musí být rozdíl jejich optických drah menší než $\frac{\lambda}{2}$. Na Youngův pokus má tedy vliv prostorová koherence. To, jak jsou vlny korelovány, můžeme popsat vzájemnou koherencí $g(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)$ a použít předcházející rovnici.

11.8 Ohybové jevy

Při studiu **difrakce** je vhodné vyjít z **Huygensova-Fresnelova principu**: *Každý bod na vlnoploše je zdrojem elementárního sférického vlnění.*

Při průchodu světla otvorem dochází k ohybu. Otvor budeme charakterizovat **aperturní funkcí**:

$$\begin{array}{ll} \mathrm{f}(\vec{r}) = 1 & \text{v bodech otvorů} \\ \mathrm{f}(\vec{r}) = 0 & \text{v nepropustné části stínítka.} \end{array}$$

Používáme tedy přiblížení, kdy pole uvnitř apertury je stejné, jako kdyby tam nebyla, a kdy se pole na okraji mění skokově na nulu.

Pozorujeme-li výsledné pole na stínítku, je příspěvek plošného elementu otvoru $\mathrm{d}S$ ve vzdálenosti d roven

$$\mathrm{d}E_S = C\mathrm{f}(\vec{r})\vec{\mathcal{E}}(\vec{r})\frac{\mathrm{e}^{\imath k d}}{d}\,\mathrm{d}S. \tag{35}$$

Tento integrál můžeme spočítat v různých přiblíženích:

- *Fraunhoferův ohyb* - nemusíme uvažovat zakřivení vlnoploch, lze použít pro $\frac{r^2}{d} \gg \lambda$, ($r$ je charakteristický rozměr difrakčního předmětu,) v exponenciále bude lineární funkce
- *Fresnelův ohyb* - nelze zanedbat zakřivení vlnoplochy, ale stále $\frac{r^2}{d^2} \ll 1$, v exponentu exponenciály bude kvadratická funkce.

Řešíme-li Fraunhoferův ohyb na štěrbině (velikosti a, θ je úhel měřený od osy štěrbiny), je nutné spočítat

$$\vec{\mathcal{E}}(\theta) = C\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \exp(ikx\sin\theta)\,\mathrm{d}x = D\frac{\sin u}{u}, \qquad \text{kde} \quad u = \frac{1}{2}ka\sin\theta. \tag{36}$$

Výsledná intenzita má tvar

$$I = I_0\frac{\sin^2 u}{u^2}. \tag{37}$$

Globální maximum této funkce je ve středu, pro zvyšující se θ má funkce stále se zmenšující píky. Uprostřed difrakčního obrazce je tedy široký světlý pruh, po stranách střídající se tmavé a světlé proužky rychle ubývající intenzity a klesající šířky. Minima intenzity jsou nulová.

Pro Fraunhoferův ohyb pro n štěrbin vzdálených o d platí

$$\vec{\mathcal{E}} = C\frac{\sin u}{u}\sum_{j=1}^{n}\exp(\imath(j-1)kd\sin\theta) = C\frac{\sin u}{u}\,\frac{\sin(n\gamma)}{\sin\gamma}\,\mathrm{e}^{\imath(n-1)\gamma} \tag{38}$$

(bylo použito značení $\gamma = \frac{kd}{2}\sin\theta$). Zde dostáváme intenzitu ve tvaru

$$I = I_0\Big(\frac{\sin u}{u}\Big)^2\Big[\frac{\sin n\gamma}{n\sin\gamma}\Big]^2. \tag{39}$$

Funkce odpovídající interferenci je modulována funkcí odpovídající ohybu na jedné štěrbině. Globální maximum je znovu v nule. Funkce odpovídající interferenci má periodicky úzké píky, mimo píky se intenzita pohybuje blízko nuly.

Integrál odpovídající Fraunhoferovu ohybu na kruhovém otvoru vede na Besselovu funkci prvního druhu

$$I = I_0 \Big[\frac{2\mathrm{J}_1(\rho)}{\rho}\Big]^2, \qquad \text{kde} \quad \rho = kr\sin\theta. \tag{40}$$

Obrazec je osově symetrický. Světlý kruh uprostřed je obklopen tmavými a světlými kroužky. Důležitou veličinou je poloměr středního kruhu (Airyho disku), který se dá určit numericky:

$$\theta_0 = 1,22\frac{\lambda}{2r}. \tag{41}$$

Teorie Fresnelova ohybu je matematicky značně složitější. Pro ohyb na štěrbině je nutné počítat Fresnelovy integrály

$$C(x) \sim \int_0^x \cos x'^2 \,\mathrm{d}x' \qquad S(x) \sim \int_0^x \sin x'^2 \,\mathrm{d}x'. \tag{42}$$

Existuje grafická metoda řešení pomocí **Cornuovy spirály**. Graf, kde na vodorovné ose je C a na svislé S, nám dává spirálu; odečtením souřadnic x' na spirále dostaneme fázor výsledného pole $\vec{\mathcal{E}}$. Výsledná intenzita má na místě, kde by podle geometrické optiky byl světlý pruh, světlé i tmavší proužky (strukturovaná minima); na místě, kdy by se podle geometrické optiky měnila intenzita skokově, postupně s menšími oscilacemi ubývá.

Při Fresnelově ohybu na kruhovém otvoru vzniká difrakční obrazec ve tvaru soustředných světlých a tmavých kroužků, přičemž v závislosti na vzdálenosti od otvoru je ve středu buď světlý nebo tmavý kruh. Na druhou stranu u kruhového disku je ve středu světlý kruh vždy.

11.9 Optická mřížka

Intenzita na stínítku po průchodu monochromatického světla mřížkou je dána intenzitou pro soustavu štěrbin.

Hlavní maxima jsou dána maximy interferenční funkce:

$$d\sin\theta = m\lambda, \qquad \text{kde} \quad m = 0, 1, 2, \ldots \tag{43}$$

(**mřížková rovnice**). Tato maxima jsou modulována maximy a minimy ohybové funkce:

$$a\sin\theta = m\lambda \qquad \text{pro} \quad m = 1, 2, 3, \ldots \qquad \text{(minima)}. \tag{44}$$

Důležitou vlastností mřížky je rozlišovací schopnost

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mn. \tag{45}$$

11.10 Elektromagnetické vlny v látkách

Pokud použijeme MR a dosadíme materiálové vztahy pro nemagnetické prostředí, dostaneme rovnici

$$\triangle\vec{\mathcal{E}} - \mu\varepsilon\ddot{\vec{\mathcal{E}}} - \mu\ddot{\vec{\mathcal{P}}} - \mu\sigma\dot{\vec{\mathcal{E}}} = 0. \tag{46}$$

Poslední dva členy nazýváme zdrojové. Předposlední člen je zodpovědný za disperzi, absorpci, dvojlom a polarizaci v dielektriku, poslední za vysokou absorpci a odrazivost kovů. Uvažujeme-li pouze první dva členy rovnice (homogenní neabsorbující prostředí), dostaneme vlnovou rovnici.

Různá prostředí můžeme charakterizovat materiálovými vztahy.

Nejjednodušším prostředím je izotropní bezztrátové dielektrikum, charakterizované permitivitou $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ a permeabilitou $\mu = \mu_r \mu_0$. Pohyb v takovém prostředí charakterizujeme konstantním indexem lomu.

Je-li prostředí nehomogenní, ale rozměry nehomogenit jsou velké ve srovnání s vlnovou délkou, lze pro popis použít index lomu, ale je závislý na poloze. Pro elektrickou intenzitu můžeme použít vlnovou rovnici s konstantou c závislou na poloze.

Dalším příkladem prostředí je ztrátové dielektrikum (počítáme vlnovou rovnici + ztrátový člen, ale prostředí je nevodivé). Takové prostředí lze dobře popsat komplexním vlnovým číslem $k = k_r + \imath\alpha$. Rovinná vlna v takovém prostředí směrem z je popsána

$$\vec{\mathcal{E}} \sim \mathrm{e}^{\imath k z} = \mathrm{e}^{-\alpha z}\, \mathrm{e}^{\imath k_r z}. \tag{47}$$

Intenzita vlny exponenciálně klesá s **koeficientem absorpce** 2α. Pro některé látky může být záporný, ty potom vlnění při průchodu zesilují. Zavádí se i komplexní index lomu, permitivita popř. susceptibila:

$$n_{CMPLX} = \frac{c}{\omega} k = n + \imath\kappa \tag{48}$$

(κ je **index absorpce**).

Disperzní prostředí $(n(f), \chi(f), c(f))$ lze charakterizovat např. číslem

$$\nu = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}, \tag{49}$$

kde $n_D, n_F a\ n_C$ jsou indexy lomu při určitých vlnových délkách. Pro hranoly je vhodný popis pomocí $\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}$ v okolí určité vlnové délky λ_0.

Pro popis $n(f)$ atd. je potřeba kvantové teorie, i když existují i semiklasické způsoby odvození. Lze např. odvodit, že pro dielektrikum má závislost $\kappa(f)$ rezonanční tvar Lorentzovy křivky v okolí rezonanční frekvence f_0 (absorpční pás). V této oblasti má závislost $n(f)$ „překmit“ - tvar rostoucího a klesajícího pulzu (jinde je víceméně konstantní). Okolo oblasti silné absorpce tedy máme oblast s **normální** ($\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}f} > 0$) popř. **anomální** ($\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}f} < 0$) disperzí.

Při popisu vodiče (vynecháváme předposlední člen v rovnici) lze pomocí Lorentzova modelu volných elektronů odvodit monotónní pokles absorpce $\kappa(f)$, oblast silné a slabé absorpce zhruba odděluje plazmová frekvence $f_p \approx 10^{15}$ Hz (viditelná až ultrafialová oblast). Závislost indexu lomu je nejdříve klesající a potom rostoucí; nejvyšší index lomu je pro nejnižší frekvence.

11.11 Anizotropní prostředí

Anizotropní materiály jsou popsány **tenzorem permitivity** ε. Rychlost světla v takovém prostředí tedy závisí na směru (a polarizaci). Příkladem takového materiálu je islandský vápenec.

Tenzor permitivity je symetrický, lze ho tedy zdiagonalizovat. Soustavu souřadnou, ve které

$$\vec{\mathcal{D}} = \varepsilon \vec{\mathcal{E}} \quad \rightarrow \quad \vec{\mathcal{D}} = \vec{\varepsilon} \vec{\mathcal{E}} \tag{50}$$

nazýváme **hlavní osy** krystalu. V této soustavě jsou vektory $\vec{\mathcal{E}}$ a $\vec{\mathcal{D}}$ rovnoběžné. Diagonálním složkám tenzoru pak odpovídají **hlavní indexy lomu**.

Pokud jsou všechny tři hlavní indexy lomu různé, jedná se o **dvouosý krystal**. Pokud z důvodu symetrie $n_1 = n_2 \equiv n_o$ (**řádný index lomu**)($n_3 \equiv n_e$, tzv. **mimořádný index lomu**), nazývají se krystaly **jednoosé**.

Geometricky můžeme tenzor reprezentovat elipsoidem. **Indexový elipsoid** neboli **optická indikatrix** je popis vlastností pomocí elipsoidu

$$\frac{\mathcal{D}_x^2}{n_1^2} + \frac{\mathcal{D}_y^2}{n_2^2} + \frac{\mathcal{D}_z^2}{n_3^2} = 1. \tag{51}$$

Jeho fyzikální interpretace je taková, že nám pro každý směr $\vec{\mathcal{D}}$ říká, jak velký je index lomu. Má-li například vektor $\vec{\mathcal{D}}$ směr osy x, vlna šířící se krystalem „cítí“ index lomu n_1.

Pokud se krystalem podél některé hlavní osy šíří vlna lineárně polarizovaná v libovolném směru, je obecně výsledná polarizace eliptická. Šíří-li se ve směru z vlna lineárně polarizovaná ve směru x resp. y, zůstává lineárně polarizovaná i po průchodu a pociťuje index lomu n_1 resp. n_2. Obecně lineárně polarizovanou vlnu tedy můžeme rozložit na polarizaci ve směru x a y, ale protože každá se pohybuje jinou rychlostí, změní se jejich vzájemný fázový posun.

Obecný případ popisu vlny šířící se v libovolném směru $\vec{u}$ je možný pomocí indexového elipsoidu. Použijeme zjednodušený případ jednoosého krystalu, elipsoid indexu lomu je pak rotační. Provedeme-li tímto elipsoidem řez rovinou kolmou ke směru $\vec{u}$, dostaneme elipsu indexu lomu. Tato elipsa má hlavní poloosy n_o a $n(\theta)$ (θ je úhel měřený od osy z). Index lomu $n(\theta)$ se mění od $n = n_0$ pro $\theta = 0°$ do $n = n_e$ pro $\theta = 90°$.

Při dopadu rovinné vlny na anizoptropní krystal dochází k **dvojlomu**. Paprsek se dělí na dva s navzájem kolmou polarizací. V jednoosém krystalu se jeden paprsek šíří stejně jako v izotropním prostředí (**řádný paprsek**), splňuje zákon lomu a jeho rychlost nezávisí na směru šíření. Druhý paprsek pociťuje index lomu $n(\theta)$ a jeho rychlost na směru šíření závisí (**mimořádný paprsek**).

Řešíme-li MR pro harmonickou vlnu šířící se v anizotropním prostředí, zjistíme,

$$\vec{\mathcal{B}} = \frac{n}{c_0}(\vec{s} \times \vec{\mathcal{E}}) \qquad \vec{\mathcal{D}} = -\frac{n}{c_0}(\vec{s} \times \vec{\mathcal{H}}) \tag{52}$$

že vektory $\vec{\mathcal{E}}, \vec{\mathcal{D}}, \vec{s}, \vec{\mathcal{S}}$ leží v jedné rovině a vektor $\vec{\mathcal{H}}$, resp. $\vec{\mathcal{B}}$ (předpokládáme $\vec{\mathcal{H}} = \mu\vec{\mathcal{B}}$) je k nim kolmý. Vlnoplocha se šíří ve směru $\vec{v}_F = \frac{n}{c_0}\vec{s}$, tento vektor je kolmý k $\vec{\mathcal{D}}$. Ale energie se šíří ve směru $\vec{\mathcal{S}}$ **paprskovou rychlostí**, jejíž velikost ($E \sim \vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{D}}$) je

$$v_r = \frac{v_F}{\cos\alpha} \qquad \text{kde} \quad \alpha = \angle(\vec{\mathcal{E}}, \vec{\mathcal{D}}). \tag{53}$$

Směry šíření paprsku a vlnoplochy také svírají úhel α.

11.12 Interference polarizovaného světla

Uvažujme následující pokus: polarizovaný svazek necháme dopadat na dvojlomý krystal (tloušťky t) a pak mu vložíme do cesty další polarizátor (zvaný analyzátor). V krystalu se svazek rozloží na řádný a mimořádný, oba budou na sebe navzájem kolmo polarizované. Protože mají různé fázové rychlosti, vystupují z krystalu s fázovým rozdílem

$$\phi = (n_e - n_o)tk \tag{54}$$

a po výstupu se skládají na elipticky polarizovaný svazek.

Pokud jsou k sobě polarizátor a analyzátor natočeny kolmo, je výsledná intenzita na stínítku

$$I_\perp = \frac{1}{2}\,\mathcal{E}_1^2 \sin^2 2\alpha(1 - cos\phi). \tag{55}$$

(α je úhel mezi polarizátorem a mimořádným paprskem). Intenzita má extrémy vzhledem k fázovému posunu:

$$\begin{array}{lll} \text{maximum:} & \cos\phi = -1 & (n_e - n_o)t = (m + \frac{1}{2})\lambda \\ \text{minimum:} & \cos\phi = 1 & (n_e - n_o)t = m\lambda \end{array} \tag{56}$$

Maximální intenzitu vzhledem k α dostáváme pro $\alpha = 45\circ$. Pro navzájem rovnoběžnou orientaci dostáváme doplňkový obrazec

$$I_\parallel = \mathcal{E}_1^2[1 - \frac{1}{2}\sin^2 2\alpha(1 - \cos\phi)]. \tag{57}$$

Mějme například destičku, pro kterou je podmínka minima splněna pro červenou barvu o osvětlujme ji bílým světlem. Pokud ji vložíme mezi zkřížené polarizátory tak, aby $\alpha = 45°$, objeví se doplňková barva - modrozelená. Při otočení destičkou o 45° se objeví postupně tma, o dalších 45° zase modrozelená barva, atd. Pro rovnoběžnou vzájemnou orientaci polarizátoru a analyzátoru se naopak bude střídat červená se světlým polem. Při pevné poloze destičky a polarizátoru ($\alpha = 45°$) a otáčení analyzátoru přechází barva od červené k modrozelené.

Lze tedy učinit následující závěry:

- Dva svazky světla, které jsou navzájem kolmo lineárně polarizované, neinterferují.
- Pro interferenci dvou svazků lineárně polarizovaných ve stejné rovině platí tytéž podmínky jako pro interferenci přirozeného světla.

Skládáním dvou lineárně polarizovaných kmitů můžeme získat i světlo kruhově polarizované, a to v případě, že fázový rozdíl je $\frac{\pi}{2}$ a amplitudy kmitů se rovnají. To lze docílit vhodně tlustou dvojlomou destičkou, pokud do ní lineárně polarizované světlo vstupuje tak, aby kmitosměr vstupující vlny půlil úhel mezi osami x a y.

11.13 Optická aktivita

Některé látky (křemen, roztoku cukru) stáčejí polarizační rovinu; tomuto jevu se říká **optická aktivita**. Můžeme ji pozorovat, pokud mezi zkřížené polarizátory vložíme křemennou destičku vybroušenou kolmo na optickou osu. Pro úhel pootočení α platí

$$\alpha = at. \tag{58}$$

t je tloušťka destičky, a konstanta závislá na vlnové délce.

Tento jev se dá názorně vysvětlit pomocí představy, že lineárně polarizované světlo je složeno ze dvou v navzájem opačných směrech kruhově polarizovaných se stejnými frekvencemi a amplitudami. Pokud je rychlost světla jiná pro tyto dvě orientace, je po průchodu amplituda jedné složky pootočená o větší úhel než amplituda druhé. Tím se rovina polarizace otočí.

11.14 Elektrooptické a magnetooptické jevy

V pevných látkách i v kapalinách lze uměle vyvolat dvojlom elektrickým napětím (sklo, nitrobenzen). Tento jev se nazývá **Kerrův**. Pokud umístíme mezi polarizátory kondenzátor bez elektrického pole a mezi desky kondenzátoru např. nádobu s nitrobenzenem, světlo analyzátorem neprojde. Po zapnutí pole se kapalina stane anizotropní, její optická osa je rovnoběžná se směrem pole. Pro indexy lomu platí

$$n_o - n_e = K\mathcal{E}^2\lambda, \qquad K \text{ je Kerrova konstanta.} \tag{59}$$

Nejvyšší K má nitrobenzen: $4,4 \cdot 10^{-12}$ mV^{-2}. Pro pole $2 \cdot 10^6$ Vm^{-1} a $\lambda = 500$ nm je rozdíl indexů lomu $8,8 \cdot 10^{-6}$. Na dráze 5 cm vzniká rozdíl optických drah téměř rovný vlnové délce.

Poněvadž má tento jev velmi malou setrvačnost (řádu 10^{-9} s), lze jej používat modulaci světla.

V dvojlomých krystalech může elektrické pole působit změnu indexu lomu (tzv. **Pockelsův jev**). Použijeme-li například krystal vybroušený tak, aby z něj vycházelo lineárně polarizované světlo, které analyzátor nepropustí, stane se z tohoto světla po zapnutí pole elipticky polarizované, to už analyzátor částečně propouští. Díky ještě menší setrvačnosti než u Kerrova jevu lze Pockelsův jev použít pro získání krátkých pulzů v laserech.

Podobně lze pozorovat i vznik anizotropie po vložení látky do magnetického pole **Cottonův-Moutonův jev**:

$$n_e - n_o \sim \mathcal{H}^2. \tag{60}$$

Pole $\mathcal{H} \approx 10^6$ Am^{-1} stočí rovinu polarizace ve vrstvě vody o tloušťce 1 cm o $2°10'$, křemene $2°46'$, pro železo tloušťky 10^{-3} m až o 130°.

Tento jev lze pozorovat jen při velmi silných magnetických polích ($\sim 10^7$ Am^{-1}).

Změnit izotropní látky na anizotropní lze i mechanickým působením.

Magnetickým polem lze vyvolat i umělou optickou aktivitu (**Faradayův jev**):

$$\alpha = V\mathcal{H}t, \qquad V \text{ je Verdetova konstanta.} \tag{61}$$

Tento jev je velmi silný pro železo, nikl a kobalt.

12 Geometrická optika

Fermatův princip, pojem paprsku. Zobrazovací optika. Zrcadla, čočky, zobrazovací rovnice. Optické zobrazovací přístroje. Fotometrie. Optická spektroskopie. Spektrometr. Spektra atomů a molekul. Šířka spektrální čáry. Spektrum černého tělesa.

12.1 Postuláty geometrické optiky

Uvažujme MR pro nemagnetické prostředí bez volných proudů a nábojů a nasaďme řešení ve tvaru

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}_\prime(\vec{r})\,\mathrm{e}^{-\imath(\omega t - k\mathsf{S}(\vec{r}))}, \tag{62}$$

(podobně pro $\vec{\mathcal{H}}$). S je libovolná skalární funkce zvaná **eikonál**. Z MR potom zjistíme, že platí **eikonálová rovnice**

$$(\nabla\mathsf{S}(\vec{r}))^2 = n^2(\vec{r}), \tag{63}$$

ze které můžeme při známém průběhu indexu lomu v prostředí určit tvar vlny. Vlnoplochu nám určuje podmínka $\mathsf{S}(\vec{r}) = \text{konst.}$

Paprsek má směr normály k vlnoploše:

$$\vec{s} = \frac{\nabla\mathsf{S}}{n}, \tag{64}$$

platí $\vec{s}\perp\vec{\mathcal{E}}_\prime$, $\vec{s}\perp\vec{\mathcal{H}}_\prime$ a $\langle\vec{\mathcal{S}}\rangle\|\vec{s}$ (energie se šíří ve směru paprsku). Parametrizujeme-li paprsek jeho délkou, dostaneme **paprskovou rovnici**

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left(n\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}s}\right) = \nabla n(\vec{r}). \tag{65}$$

Například pro $n = \text{konst.}$ dostaneme přímočaré šíření.

V prostředí o indexu lomu n se světlo šíří rychlostí $c = \frac{c_0}{n}$. Čas, který potřebuje, aby prošlo vzdálenost d je pak $t = \frac{nd}{c_0}$, je tedy úměrný veličině nd, kterou nazýváme **optická dráha**. V nehomegenním prostředí se délka optické dráhy dá vyjádřit jako

$$s_{opt} = \int_A^B n(\vec{r})\,\mathrm{d}l. \tag{66}$$

Geometrická optika se dá také formulovat na základě **Fermatova principu**: *Optické paprsky šířící se mezi dvěma body A a B sledují takovou dráhu, aby délka optické dráhy mezi oběma body dosahovala extremální hodnoty vzhledem k sousedním drahám*, neboli matematicky:

$$\delta\int_A^B n(\vec{r})\,\mathrm{d}l = 0. \tag{67}$$

12.2 Zobrazovací optika

Na popis jednoduchých optických prvků je geometrická optika postačující. Navíc jsou optické prvky často centrovány, takže leží na společné optické ose, vůči níž se paprsky šíří pod malými úhly. V tomto případě mluvíme o **paraxiálním přiblížení**. V tomto přiblížení dostanu **stigmatické zobrazení** – paprsky, které vycházejí z jednoho bodu zobrazovaného předmětu se protínají v jednom bodě obrazu. Odchylky od stigmatického zobrazení se nazývají **aberace** (paraxiální aproximaci nesplňují paprsky dopadající pod většími úhly).

Optické prvky můžeme ve zobrazovací optice popisovat buď **zobrazovacími rovnicemi**, nebo pomocí matic. **Maticová optika** je výhodná zejména při skládání zobrazení, protože matice jednotlivých prvků stačí vynásobit.

12.3 Zrcadla

Zrcadla jsou tvořena vysoce vyleštěnými kovovými povrchy nebo tenkými dielektrickými vrstvami nanesenými na takovou podložku, jako je sklo. Světlo se odráží od zrcadel tak, že splňuje zákon lomu.

Rovinná zrcadla odrážejí paprsky vycházející ze zdroje tak, že odražené paprsky se jeví jako vycházející z bodu za zrcadlem, který se nazývá **obraz**.

Dalším typem zrcadla jsou **zrcadla parabolická**, jejichž povrch je rotační paraboloid. Mají schopnost soustředit všechny paprsky dopadající rovnoběžně s osou paraboloidu do jediného bodu – **ohniska**. Používají se v reflektorech, jako kolektory světla v teleskopech nebo pro vytváření rovnoběžných svazků z bodového zdroje.

Eliptická zrcadla zobrazují paprsky vycházející z jednoho ohniska do ohniska druhého, přičemž vzdálenost, kterou paprsek mezi ohnisky projde, je stejná po kterékoliv dráze.

Sférická zrcadla zobrazují všechny paprsky, které na zrcadlo dopadnou rovnoběžně s osou, do ohniska (ohnisková vzdálenost je $f = \frac{R}{2}$). Pro paraxiální paprsky dopadající na sférické zrcadlo platí zobrazovací rovnice

$$\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{2}{R} \tag{68}$$

(z_1 resp. z_2 je předmětová resp. obrazová vzdálenost od vrcholu zrcadla).

12.4 Čočky

Sférické čočky jsou tvořeny dvěma sférickými povrchy (o poloměrech R_1 a R_2). Ohnisková vzdálenost čočky (s použitím paraxiální aproximace) má velikost

$$\frac{1}{f} = (n-1)\Big(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\Big). \tag{69}$$

Pokud je f kladné, nazýváme čočku **spojkou**, pokud je záporné **rozptylkou**. Zobrazovací rovnice má tvar

$$\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{f}. \tag{70}$$

Pokud kombinujeme zobrazení dvou čoček, je výsledná ohnisková délka (Δ je vzdálenost ohnisek čoček):

$$f = \frac{f_1 f_2}{\Delta}. \tag{71}$$

12.5 Optické zobrazovací přístroje

Nejjednodušším zobrazovacím optickým přístrojem je **lupa**. Jako lupa může sloužit tenká spojná čočka s ohniskovou vzdáleností menší než konvenční zraková vzdálenost. Nejvhodnější jsou ploskovypuklé lupy, zvětšení je okolo 6. Lepší zvětšení má lupa složená z více čoček (20 - 40).

Subjektivní zvětšení lupy, tedy podíl úhlu, pod kterým vidíme předmět z konvenční zrakové vzdálenosti $\delta = 25$ cm, a úhlu, pod kterým vidíme daný předmět lupou, je

$$Z_l = \frac{z_1}{f'} + \frac{z_1}{z_2}\Big(1 - \frac{d}{f'}\Big). \tag{72}$$

Lupou můžeme předmět pozorovat buď akomodovaným okem (např. na konvenční zrakovou vzdálenost), nebo neakomodovaným okem (je-li předmět v předmětové ohniskové rovině).

Dokonalejším přístrojem sloužícím k pozorování drobných předmětů je **mikroskop**. Skládá se z **objektivu**, kde se tvoří zvětšený, skutečný a převrácený obraz předmětu, **tubusu** a **okuláru**, kterým se obraz neakomodovaným okem pozoruje. Obraz vytvořený objektivem musí padnout přesně do předmětového ohniska okuláru; správné vzájemné nastavení těchto dvou částí zajišťuje tubus. Pro zvětšení mikroskopu platí (Δ je vzdálenost obrazu obrazového ohniska objektivu a předmětového ohniska okuláru):

$$Z_m = \frac{z_1 \Delta}{f'_{\mathrm{obj}} f'_{\mathrm{ok}}} + \frac{z_1}{z_2}\Big(1 - \frac{d}{f'_{\mathrm{soust}}}\Big). \tag{73}$$

K pozorování vzdálených předmětů slouží **dalekohled**. **Objektiv** tvoří reálný obraz, **okulárem** se obraz neakomodovaným okem pozoruje. **Keplerův dalekohled** je tvořen dvěma spojkami (vzniká převrácený obraz), **Galileův** spojkou a rozptylkou (obraz je přímý a zdánlivý). Zvětšení je dáno výrazem

$$Z_d = -\frac{f'_{\mathrm{obj}}}{f'_{\mathrm{ok}}}. \tag{74}$$

Difrakční limita rozlišovací schopnosti je dána (d je průměr vstupu)

$$R = \frac{1.22\lambda}{d}. \tag{75}$$

Používají se i zrcadlové dalekohledy, např. **Newtonův** se sférickým nebo **Cassegran** s hyperbolickým zrcadlem.

12.6 Fotometrie

Světlo je z energetického hlediska charakterizováno veličinou zvanou **zářivý tok** Φ_e. Je to výkon přenášený zářením uvažovanou plochou (jednotka watt). Lidské oko je různě citlivé na různé vlnové délky; záření, které je schopné vyvolat zrakový vjem je popisováno **světelným tokem** Φ (jednotka lumen), který je se zářivým tokem spjat vztahem (K je světelná účinnost)

$$\Phi = K\Phi_e. \tag{76}$$

Zdroj je charakterizován veličinou zvanou **jas** L (jednotka nit). Ploška zdroje ΔS vyzařuje do prostorového úhlu $\Delta\Omega$ umístěného v místě určeném úhlem ϑ světelný tok

$$\Delta\Phi = L\cos\vartheta\Delta S\Delta\Omega. \tag{77}$$

Pro bodový zdroj je vhodná charakteristika **svítivost** I:

$$\Delta\Phi = \Delta\Omega\int L\cos\vartheta\,\mathrm{d}S = \Delta\Omega\, I(\phi,\vartheta) \quad \Rightarrow \quad I = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega}. \tag{78}$$

U **kosinových zářičů** splňujících **Lambertův zákon**

$$I = I_0 \cos \vartheta \tag{79}$$

je jas ve všech směrech stejný.

Osvětlení dané plochy je celkový světelný tok dopadající na jednotkovou plochu

$$E = \frac{\Phi}{\Delta S}. \tag{80}$$

Jednotka je lux.

Fotometrické přístroje dovolují srovnávání osvětlení zorného pole měřeným a referenčním zdrojem (zorné pole je rozděleno na dvě části). Osvětlení referenčního zdroje lze definovaně měnit. Spektrálním fotometrem můžeme srovnávat různé úseky spektra stejných vlnových délek, pocházejících od různých zdrojů.

12.7 Optická spektroskopie

Optická spektroskopie se zabývá měřením vlnových délek – je nutné zkoumané světlo rozložit podle vlnových délek. K měření můžeme použít Michelsonův interferometr, můžeme měřit Newtonovy kroužky, nebo použijeme různé **spektrometry**.

Spektrální přístroje charakterizujeme **úhlovou disperzí**

$$D_u = \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}\lambda}, \tag{81}$$

která nám říká, jak se změní úhel ϕ, pod kterým se šíří světlo po průchodu optickou soustavou, při malé změně vlnové délky záření. Další důležitou vlastností je **rozlišovací schopnost**

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \tag{82}$$

která určuje minimální vzdálenost dvou vlnových délek $\delta\lambda$, které ještě lze na vlnové délce λ rozlišit.

12.8 Spektrometry

Spektrometry můžeme rozdělit na **spektroskopy** (pro vizuální pozorování), **spektrometry** (opatřené kalibrovanou stupnicí) a **spektrografy**(pro fotografický záznam).

Spektrální přístroje se skládájí z **disperzní soustavy**, která rozkládá zkoumané světlo, **kolimátoru** a **objektivu dalekohledu**. Světlo ze zkoumaného zdroje dopadá na štěrbinu kolimátoru, ten vytváří rovnoběžný svazek, který je rozložen disperzní soustavou a vchází do objektivu dalekohledu. Disperzní soustavou může být **hranol** (tzv. **hranolový spektrometr**) nebo **mřížka** (tzv. **mřížkový spektrometr**. Pro přístroje s vyšší rozlišovací schopností je třeba použít interferometry (mají ovšem menší volný spektrální obor).

12.9 Spektra atomů a molekul

Při přeskoku elektronu z jedné hladiny na nižší hladinu dojde k emisi záření. Tak vzniká série čar, **spektrum**, která je pro každý chemický prvek charakteristická.

Pravděpodobnost takové přechodu z hladiny n na hladinu m je v kvantové mechanice dána jako

$$p \sim \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_n^* x \psi_m \, \mathrm{d}x. \tag{83}$$

Pro některé vlnové funkce je tento integrál nulový – to jsou tzv. **zakázané přechody**, pokud je nenulový a konečný, jedná se o **dovolené přechody**. Odtud dostaneme **výběrová pravidla**, která nám říkají, které přechody jsou dovolené. Např. u atomu vodíku jsou výběrová pravidla

$$\Delta l = \pm 1, \quad \Delta m = 0, \pm 1. \tag{84}$$

Vnější magnetické pole ovlivňuje energetické stavy atomů a tedy i jejich spektra. Dojde k rozštěpení hladin; ve slabých magnetických polích se výjimečně k rozštěpení energetického singletu na triplet (tzv. **normální Zeemanův jev**), častěji se čára štěpí na obecný multiplet (tzv. **anomální Zeemanův jev**). Silná magnetická pole vedou k **jevu Paschenovu-Backovu**. Změny spekter vyvolané elektrickým polem se nazývají **Starkův jev**.

U molekul vznikají různé energetické stavy její rotací, kmity jednotlivých atomů nebo změnami v její elektronové konfiguraci. Nejmenším energiím odpovídají **rotační spektra** (typicky 10^{-3} eV, mikrovlnná oblast), poněkud větší energetické rozdíly jsou ve **vibračních spektrech** (řádu $0,1$ eV, infračervená oblast). Ještě větší energie odpovídají elektronovým stavům (řádu elektronvoltů, tj. viditelá a UV oblast). Každé spektrum vzniklé elektronovým přechodem se pak jeví jako série těsně u sebe položených čar – tento pás vzniká v důsledku přítomnosti různých rotačních a vibračních stavů u jednotlivých molekul. Také při změně vibračního stavu vzniká vibračně rotační pás. I pro tato spektra existují výběrová pravidla.

Zvláštním optickým jevem je **Ramanův jev**. Při průchodu světla s frekvencí f_0 látkou pozorujeme při rozptylu na jejím vzorku soustavu čar popsanou zákonem

$$f = f_0 \pm f_i, \tag{85}$$

kde f_i odpovídá frekvenci rotačních nebo vibračních přechodů. Při běžných teplotách jsou intenzívnější „červené“ čáry (ve vzorci minus), při vyšších teplotách roste intenzita „fialových“ čar. Ramanův jev odpovídá neelastickému rozptylu.

12.10 Šířka čáry

Excitovaný stav, jehož zářivý přechod je povolen výběrovými pravidly, existuje určitou dobu (asi $10^{-9} - 10^{-8}$ s), kterou nazýváme **doba života** excitovaného stavu τ (přesněji je to doba, za kterou se počet atomů v tomto stavu zmenší na $\frac{1}{e}$). Stavy s výrazně delší dobou života se nazývají **metastabilní**.

V důsledku toho, že energetické rozdělení excitovaných stavů má konečnou šířku, má konečnou šířku i spektrální čára; jedná se o tzv. **přirozenou šířku čáry**:

$$\Delta f_0 = \frac{1}{\tau}. \tag{86}$$

Toto „rozšíření“ odpovídá lorentzovskému tvaru čáry.

Pro dobu života $\tau = 10^{-8}$ s a vlnovou délku $\lambda_0 = 500$ nm dostaneme přirozenou šířku čáry 10^{-5} nm; pro tepelný pohyb atomů $A = 100$ při teplotě $T = 1000$ K bude dopplerovská šířka téže čáry $3 \cdot 10^{-3}$ nm.

Započteme-li vliv pohybu atomu, dostaneme navíc **dopplerovské rozšíření**

$$\Delta f_D = \frac{2v_0}{c}, \qquad \text{kde} \quad v_0 = \frac{\overline{p}_0}{m}. \tag{87}$$

Toto rozšíření vede ke gaussovskému tvaru čáry.

12.11 Spektrum absolutně černého tělesa

Idealizací vyzařujícího tělesa je **absolutně černé těleso**, které absorbuje všechno dopadající záření bez ohledu na jeho vlnovou délku. V laboratoři lze absolutně černé těleso aproximovat dutým předmětem s velmi malým otvorem vedoucím dovnitř.

Použitím Boseho-Einsteinova rozdělení můžeme odvodit **Planckův vyzařovací zákon**, popisující spektrální hustotu energie v dutině

$$u(f)\,\mathrm{d}f = \frac{8\pi h}{c^3}\,\frac{f^3}{\mathrm{e}^{\frac{hf}{kT}} - 1}\,\mathrm{d}f. \tag{88}$$

Z tohoto zákona můžeme získat dva zajímavé výsledky.

Pokud chceme zjistit, pro jakou vlnovou délku je hustota energie největší, vyjádříme Planckův vyzařovací zákon pomocí vlnové délky a pak vztah zderivujeme. Z výsledku

$$\lambda_{\max} T = \frac{hc}{4,965k} \tag{89}$$

zjistíme, že *ostré maximum ne spektru záření černého tělesa se s rostoucí teplotou posunuje směrem k menším vlnovým délkám.* Toto tvrzení je obsahem **Wienova posunovacího zákona**.

Přeintegrováním Planckova vyzařovacího zákona přes všechny vlnové délky pak dostaneme celkovou hustotu energie záření v dutině. Výsledek (σ je Stefanova konstanta)

$$E = \sigma T^4 \tag{90}$$

vyjadřuje **Stefanův-Boltzmannův zákon**.